EXERCICE 1

Dans tout le problème, on néglige les frottements et on prend pour intensité de pesanteur $g=10m.s^{-2}$. Un pendule simple est constitué par une bille ponctuelle M_1 de masse $m_1=200g$ suspendue au bout d'un fil inextensible de masse négligeable et de longueur $\ell= 0,9m$.

1) On écarte le pendule d'un angle α par rapport à sa position d'équilibre verticale et on le lâche sans vitesse initiale. La vitesse de la bille M_1 lors de son passage à la position d'équilibre est $v=3m.s^{-1}$. Calculer la valeur de l'angle α

2)Lors de son passage à la position d'équilibre la bille M_1 heurte, au cours d'un choc parfaitement élastique, une autre bille ponctuelle M_2 immobile de masse $m_2=100g$ (figure) . La vitesse de la bille M_2 , juste après le choc, est $v_A =4m.s^{-1}$. Calculer la vitesse de la bille M_1 juste après le choc en appliquant la conservation de la quantité de mouvement.

3° La bille M_2 est propulsée avec la vitesse $\overrightarrow{v_A}$ sur une piste qui comporte trois parties :

Une partie horizontale AB,

- Une certaine courbe BC,
- Un arc de cercle CD, de rayon r et de centre O.

Les points O,A,B et E se trouvent dans un même plan horizontal ;

a) Exprimer, en fonction de g, r,β et v_A , la vitesse de la bille M_2 au point I .
b) Exprimer, en fonction de m_2,g, r , β et v_A, l'intensité de la réaction de la piste sur la bille M_2 au point I.
c) La bille M_2 arrive au point D avec une vitesse horizontale de valeur $v_D=1m.s^{-1}$. Calculer la valeur de r .

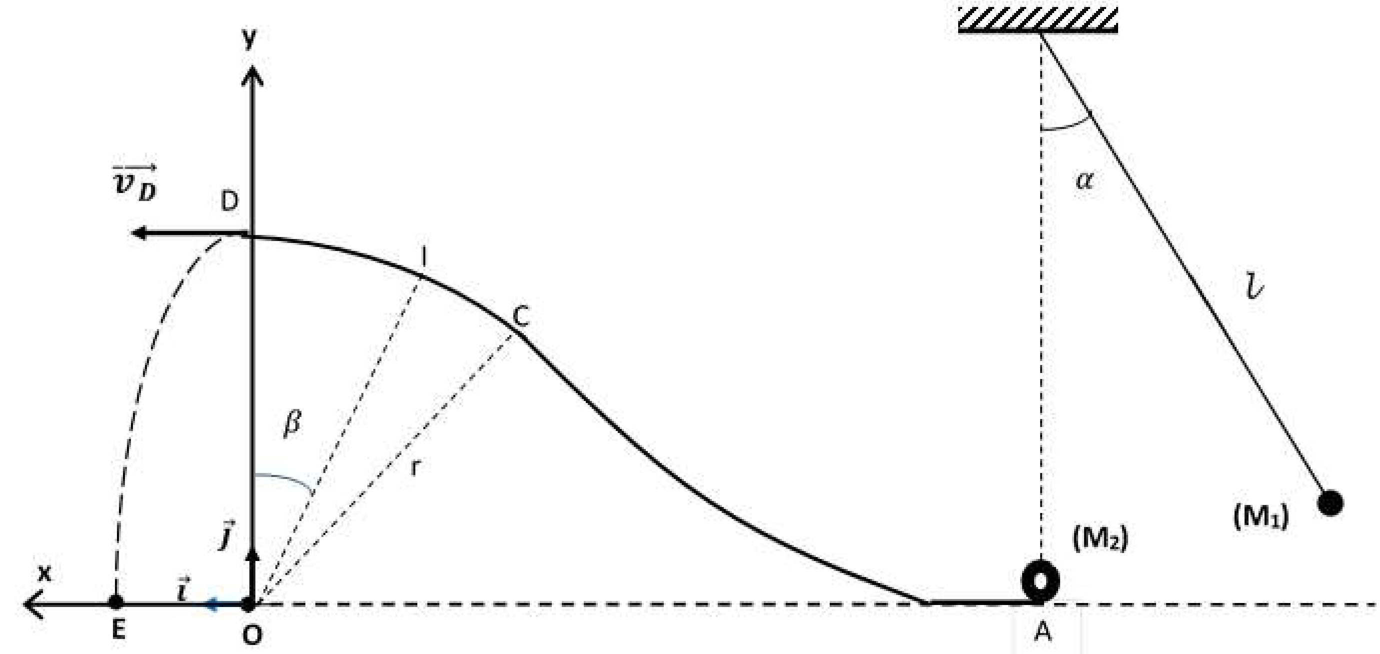
4° Arrivée au point D, la bille M_2 quitte la piste avec la vitesse $\overrightarrow{v_D}$ précédente et tombe en chute libre.

a) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire de la bille M2 dans le repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
b) Calculer la distance OE.

Données

$g=10m.s^{-2}$. (M_1) $m_1=200g$ $\ell= 0,9m$. $v=3m.s^{-1}$

1) <u>la valeur de l'angle α</u>



Forces appliquées : poids $\vec{P}$ de (M_1), tension $\vec{T}$ du fil

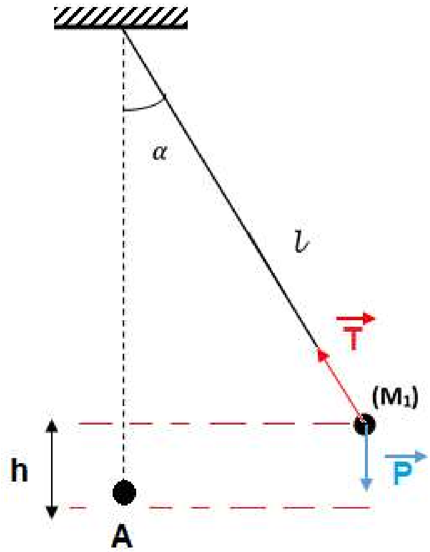
Appliquons le TEC entre (1) et (2)

$$\frac{1}{2}m_1.v^2 - \frac{1}{2}m_1.0^2 = W_{\vec{T}} + W_{\vec{P}}$$

$$\frac{1}{2}m_1.v^2 = m_1.gh = m_1.g\,(\ell - \ell.cos\alpha)$$

$$\mathbf{cos\alpha = 1 - \frac{v^2}{2gl}} \qquad \boldsymbol{\alpha = cos^{-1}\left(1 - \frac{v^2}{2gl}\right)}$$

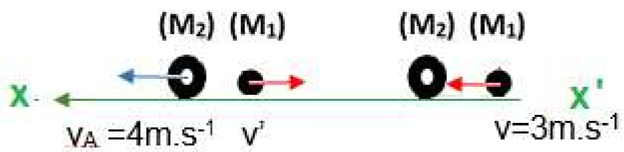
$$\boldsymbol{\alpha = cos^{-1}\left(1 - \frac{3^2}{2.10.0,9}\right) = cos^{-1}(0,5) = 60°}$$



2) . <u>Vitesse v' de la bille M_1 juste après le choc</u>

(M_1) $m_1=200g$ $v=3m.s^{-1}$, après le choc v' à calculer

(M_2) $m_2=100g$ immobile . Après le choc , est $v_A=4m.s^{-1}$



$m_1=200g$
$m_2=100g$

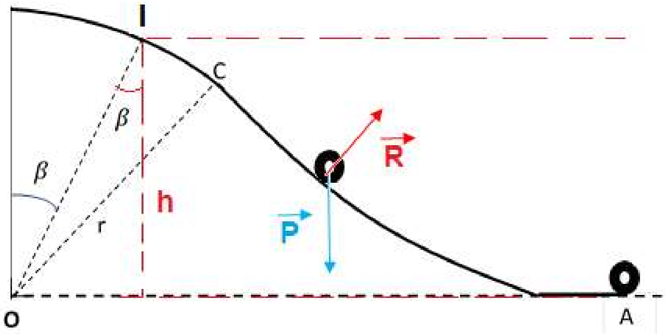
D'après la conservation de la quantité de mouvement : $\vec{P}_{avant\ le\ cho} = \vec{P}_{près\ le\ choc}$

$m_1.\vec{v}+\vec{0} = m_1.\vec{V'}+m_2.\vec{v}_A$ projetons sur x'x $m_1.v = -m_1.v'+m_2.v_A$

$\mathbf{v}' = \frac{\mathbf{m_2.v_A - m_1.v}}{\mathbf{m_1}}$ $\mathbf{v}' = \frac{\mathbf{100.4 - 200.\ 3}}{\mathbf{200}} = -\boldsymbol{1m/s}$

$v' = 1m/s$ (M_1) se déplace vers la gauche après le choc

3) d) Expression de la vitesse de la bille (M_2) au point I, en fonction de g, r,β et v_A



Forces appliquées : poids $\vec{P}$ de (M_1), Réaction normale $\vec{R}$ du plan

Appliquons le TEC entre (A) et (I)

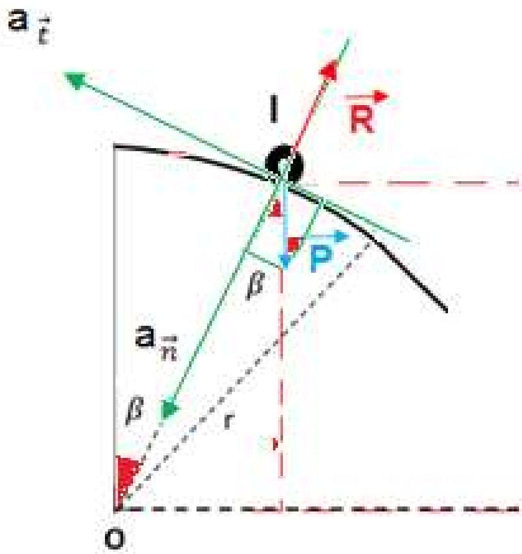
$$\frac{1}{2}m_2.v_I{}^2 - \frac{1}{2}m_2.v_A{}^2 = W_{\vec{R}} + W_{\vec{P}}$$

$\frac{1}{2}m_2.v_I{}^2 = \frac{1}{2}m_2.v_A{}^2 - m_2gh$ avec $h = r.cos\beta$

$$\boldsymbol{v_I = \sqrt{v_A{}^2 - 2g.r.cos\beta}}$$

a) Expression de l'intensité de la réaction de la piste sur la bille M_2 au point I., en fonction de m_2,g, r , β et v_A

$\mathbf{T.C.I:}\ \sum \vec{\mathbf{F}} = \mathbf{m}\vec{\mathbf{a}}$



Forces appliquées : poids $\vec{P}$ de (M_1), Réaction normale $\vec{R}$ du plan

Trajectoire curviligne $\vec{a} = \vec{a_n} + \vec{a_t}$

$\vec{a_n}$ Suivant le rayon, vers le centre $\boldsymbol{a_n = \frac{v^2}{R}}$

$\vec{a_t}$ Tangente à la trajectoire suivant le sens du mouvement

!!!! Projection suivant $\vec{a_n}$ et $\vec{a_t}$

$$\vec{P} + \vec{R} = m_2.\vec{a}$$

$\begin{pmatrix} Pcos(\beta) \\ -Psin(\beta) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -R \\ 0 \end{pmatrix} = m_2 \begin{pmatrix} a_N \\ a_T \end{pmatrix}$ $m_2.g\ cos\ (\beta) - R = m_2.\frac{v_I^2}{r}$

avec $\boldsymbol{v_I{}^2 = v_A{}^2 - 2g.r.cos\beta}$

$$m_2.g\ cos\ \beta - R = m_2.\frac{v_A{}^2 - 2g.r.cos\beta}{r} = \frac{m_2 v_A^2}{r} - 2m_2.g.\cos\beta$$

$$\boldsymbol{R = 3m_2.g.\cos\beta - \frac{m_2 v_A^2}{r}}$$

a) Valeur de r si v_D=1m.s⁻¹

au point D : $\beta = 0$ $\cos 0 = 1$ $\boldsymbol{v_I{}^2 = v_A{}^2 - 2g.r.\cos\beta}$

$v_D{}^2 = v_A{}^2 - 2g.r$ $\boldsymbol{r = \frac{v_A{}^2 - v_D{}^2}{2g}}$ $\boldsymbol{r = \frac{4^2-1^2}{2.10} = 0,75m}$

4) a) Equation cartésienne de la trajectoire de la bille M2 dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

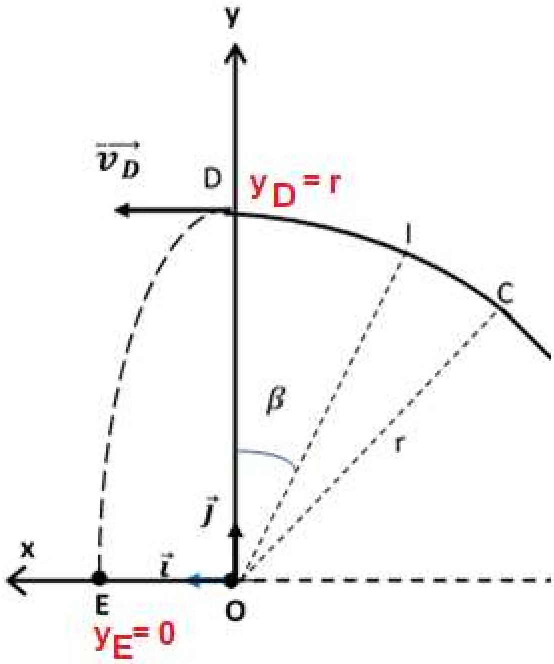
$T.C.I : \sum \vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{P} = m\vec{a} \Rightarrow$ $\vec{a} = \vec{g}$ (**Projectile**)

A t=0 le solide est au point D, avec une vitesse $\overrightarrow{v_D}$

Dans le repère (O, x, y) est : $\overrightarrow{OM(t)} = \frac{1}{2}\vec{a}t^2 + \overrightarrow{v_D}t + \overrightarrow{OD}$

Dans le repère cartésien

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix} t^2 + \begin{pmatrix} v_D x \\ v_D y \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} x_D \\ y_D \end{pmatrix}$$



Équation horaires

$$\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 \\ -g \end{pmatrix} t^2 + \begin{pmatrix} v_D \\ 0 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} 0 \\ r \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x = v_D t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + r \end{cases} \qquad t = \frac{x}{v_D}$$

Équation cartésienne de la trajectoire y = f(x)

$$\boldsymbol{y = -\frac{1}{2}.g\frac{x^2}{v_D^2} + r}$$

$$\boldsymbol{y = -\frac{1}{2}.10\frac{x^2}{1^2} + 0,75 = -5x^2 + 0,75}$$

b) Calculer la distance OE. OE= x_E avec $y_E = 0$

$\boldsymbol{0 = -5x^2 + 0,75}$ $\boldsymbol{x = \sqrt{\frac{0,75}{5}} = 0,387m}$

EXERCICE 2

Le système est constitué d'une glissière (T) soudée à un bâti mobile autour d'un axe vertical. Sur la glissière inclinée d'un angle θ par rapport à la verticale est posé un solide ponctuel S de masse m qui peut glisser sans frottement sur (T). Ce solide est accroché à un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0 = 20cm.   m =0,2kg

1) Le système est immobile.

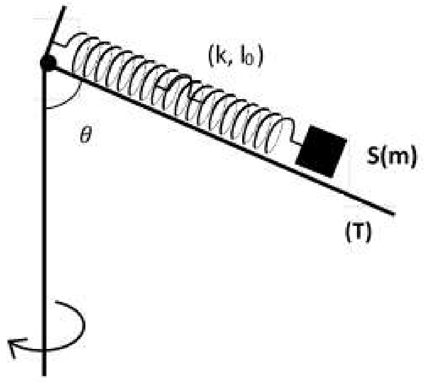
L'allongement est de 10 cm pour un angle θ=60° Calculer k et l'intensité de la réaction $\overrightarrow{R_0}$ de la glissière sur le solide.

2) Le système tourne autour de l'axe à la vitesse angulaire constante ω.

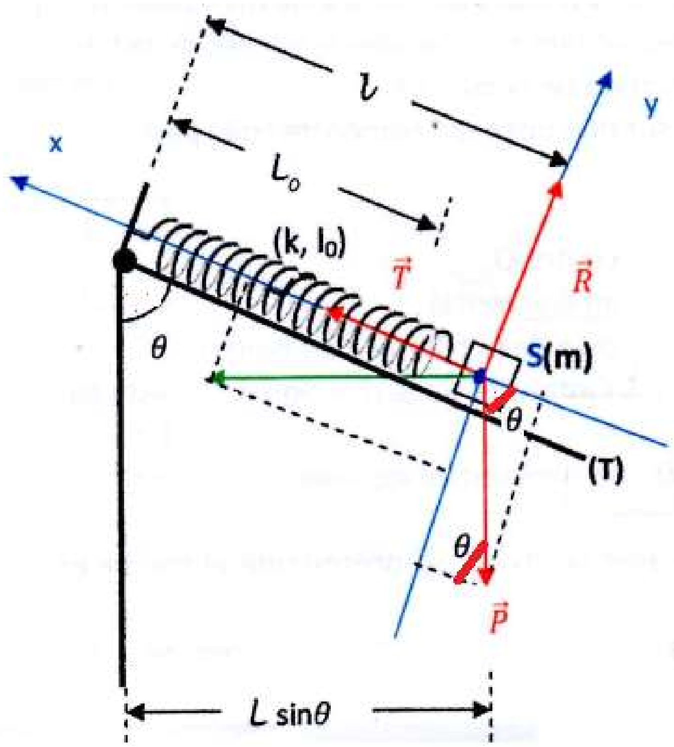
a) Déterminer la longueur l du ressort et l'intensité de la réaction $\vec{R}$ de la glissière sur le solide en fonction de ω

b) Pour quelle valeur de ω le solide S décolle-t-il de la glissière ?

g=9,81 m/s^2



CORRIGÉ



ressort de raideur k l_0 = 20cm.   m =0,2kg

1) <u>Le système est immobile, Calcul de k</u>.

$\Delta\ell$ = 10 cm θ=60°   g=9,81 m/s^2

Forces appliquées : poids $\vec{P}$ de S , tension $\vec{T}$ du ressort, réaction $\vec{R}$ de la glissière sur S

$\vec{P}+\vec{T}+\vec{R}=\vec{0}$

Projection suivant (O,x,y)

$$\begin{pmatrix}-m.g.cos\theta\\-mg.sin\theta\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}T\\0\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0\\R\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$$

$\begin{cases}-m.g.cos\theta+T=0\\-mg.sin\theta+R=0\end{cases}$ avec $T=k.\Delta\ell_0$

$-m.g.cos\theta+k.\Delta\ell_0=0$

$$\boldsymbol{k=\frac{m.g.cos\theta}{\Delta\ell_0}}$$

$$\boldsymbol{k=\frac{0,2.9,81.cos60}{0,1}=9,81N/m}$$

<u>Intensité de la réaction $\overrightarrow{R_0}$ de la glissière sur le solide.</u>

$-mg.sin\theta+R=0$ $\boldsymbol{R=mg.sin\theta}$

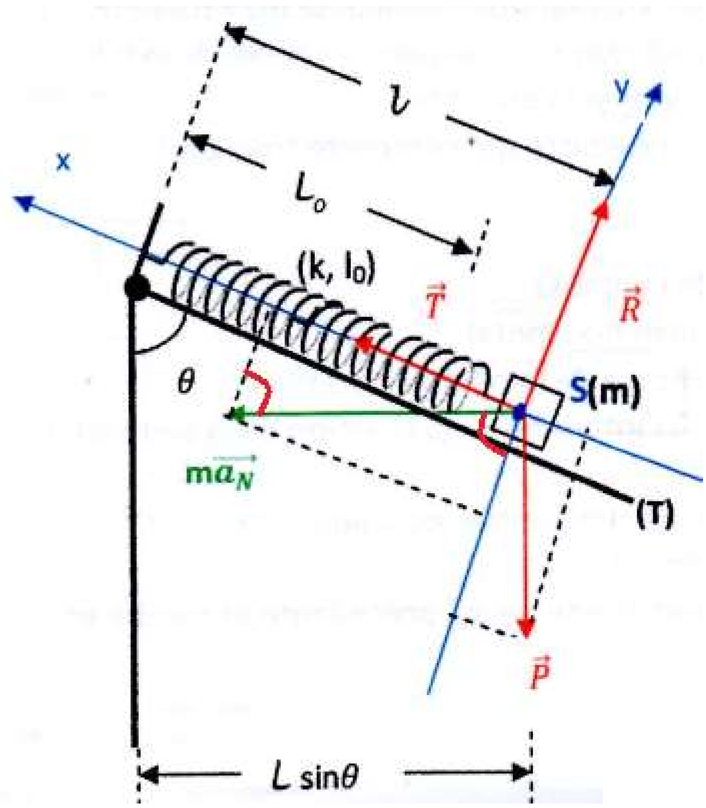
$\boldsymbol{R=0,2\ .9,81.sin60=1,69N}$

2)Le système tourne autour de l'axe à la vitesse angulaire constante ω.

Mouvement circulaire uniforme $\vec{a}_t=\vec{0}$.

a) **la longueur ℓ du ressort en fonction de ω**

$$\mathbf{T.C.I:} \sum \vec{F} = m\vec{a}$$



$\vec{P} + \vec{T} + \vec{R} = m\vec{a}$

Projection suivant (Ox)

$-mgcos\theta + T = ma_N.sin\theta$

$-mgcos\theta + k(\ell - \ell_0) = m\omega^2.r.sin\theta$

$-mgcos\theta + k\ell - k\ell_0 = m\omega^2.\ell.sin^2(\theta)$

$-mgcos\theta + k\ell - k\ell_0 = m\omega^2.\ell.sin^2(\theta)$

$k\ell - m\omega^2.\ell.sin^2(\theta) = mgcos\theta + k\ell_0$

$\ell(k - m\omega^2 sin^2(\theta)) = mgcos\theta + k\ell_0$

$$\boldsymbol{\ell = \frac{mgcos\theta + k\ell_0}{k - m\omega^2 sin^2(\theta)}}$$

l'intensité de la réaction $\vec{R}$ de la glissière sur le solide

Projection suivant (Oy)

$R - mgsin\theta + 0 = -m.a_n cos\theta$

$R = mgsin\theta - m.\omega^2.\ell sin\theta\ .cos\theta$

$$\boldsymbol{R = msin\theta(g -.\omega^2.\ell.cos\theta)}$$

b) **valeur de ω pour que solide S décolle-t-il de la glissière ?**

$R = msin\theta(g -.\omega^2.\ell.cos\theta) = 0$

$g -.\omega^2.\ell.cos\theta = 0$ donc $\boldsymbol{\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell.cos\theta}}}$

EXERCICE 3

Un disque plein ,homogène, de masse M=2kg et de rayon R=20cm, est fixé à son axe de révolution (Δ). On fait tourner l'axe (Δ) à l'aide d'un moteur . Lorsque la vitesse de rotation du disque est égale à Ω_0 (rad.s^{-1}), on arrête le moteur . A cet instant, pris comme origine des temps (t=0s), on applique sur le disque un couple de freinage de moment M_f proportionnel à la vitesse angulaire Ω du disque à l'instant t $|\mu_f| = k\Omega$ où k est une constante positive exprimée en unité du système international.

1)Ecrire l'équation différentielle liant la vitesse angulaire Ω du volant à l'instant t, à son accélération angulaire$\dot{\Omega}$

2) Vérifier que la solution générale de cette équation est de la forme : $\Omega(t)=\Omega_0 e^{-\frac{k}{J_\Delta}t}$ (rad.s^{-1})

Ω_0 : vitesse angulaire du disque à t=0s .

J_Δ : moment d'inertie du disque par rapport à (Δ) .

3)A l'instant t_1= 40s , la vitesse angulaire du disque a diminué de moitié. Calculer le coefficient de proportionnalité k .On donne $\ln 2 \approx 0,7$.

CORRIGÉ

Un disque M=2kg, R=20cm, à Ω_0 (rad.s^{-1}), on arrête le moteur à t=0s. couple de freinage de moment $|\mu_f| = k.\Omega$

1) <u>Equation différentielle liant la vitesse angulaire Ω du volant à l'instant t, à son accélération angulaire $\ddot{\Omega}$.</u>

Forces appliquées : poids du disque $\vec{P}$, réaction de l'axe $\overrightarrow{R_\Delta}$, couple de freinage μ_f

Théorème de l'accélération $\sum \mu(\vec{F}) = J_\Delta.\ddot{\theta} = J_\Delta \dot{\Omega}$

$\mu(\vec{P}) + \mu(\overrightarrow{R_\Delta}) + \mu_f = J_\Delta.\ddot{\theta}$

$- k.\Omega = J_\Delta \dot{\Omega}$ $\quad$ $J_\Delta.\dot{\Omega} + k.\Omega = 0$ $\quad$ $\boldsymbol{\dot{\Omega} + \frac{k}{J_\Delta}.\Omega = 0}$

2) <u>Vérifions que la solution générale de cette équation est de la forme</u> : $\Omega(t)=\Omega_0 e^{-\frac{k}{J_\Delta}t}$

$\Omega(t) = \Omega_0.e^{-\frac{k}{J_\Delta}t}$ $\quad$ $\dot{\Omega}(t) = -\Omega_0 \frac{k}{J_\Delta}.e^{-\frac{k}{J_\Delta}}$

$\boldsymbol{\dot{\Omega} + \frac{k}{J_\Delta}.\Omega = 0} \Rightarrow$ $\quad$ $-\Omega_0 \frac{k}{J_\Delta}.e^{-\frac{k}{J_\Delta}} + \frac{k}{J_\Delta}\left(\Omega_0.e^{-\frac{k}{J_\Delta}t}\right) = \mathbf{0}$

3) <u>Calculer le coefficient de proportionnalité k</u>

A l'instant t_1= 40s , la vitesse angulaire du disque a diminué de moitié $\Omega(t_1) = \frac{\Omega_0}{2}$

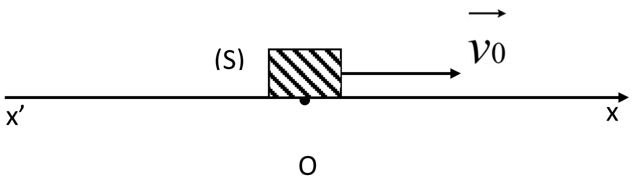
$\Omega(t_1) = \Omega_0.e^{-\frac{k}{J_\Delta}t_1} = \frac{\Omega_0}{2}$ $\quad$ $e^{-\frac{k}{J_\Delta}t_1} = \frac{1}{2}$ $\quad$ $-\frac{k}{J_\Delta}t_1 = -\ln(2)$ $\quad$ $\boldsymbol{k = \frac{\ln(2)J_\Delta}{t_1}}$

$J_\Delta = \frac{1}{2}MR^2 = \frac{1}{2}.2.0,2^2 = 0,04.kg.m^2$ $\quad$ $\boldsymbol{k = \frac{\ln(2).0,04}{40} = 6,93.10^{-4}\ SI}$

EXERCICE 4

Un corps ponctuel (S) de masse m = 20g , est posé sur un plan horizontal peu rugueux. A la date t=0, on lance le solide (S) avec une vitesse initiale $\vec{v_0}$ de module v_0= 2.m.s^{-1}, à partir d'un point O(voir figure). Suivant un axe x'Ox . O étant l'origine de l'axe. Pendant son mouvement le solide (S) est soumis à une force de frottement $\vec{f} = -k\vec{v}$ où $\vec{v}$ est le vecteur vitesse instantané de (S) et k une constante

:



1° a) En posant $\lambda=\frac{k}{m}$ et en utilisant le théorème du centre d'inertie, établir l'équation différentielle à laquelle doit obéir la vitesse v de (S) .

b) En déduire l'expression de cette vitesse v en fonction de v_0 , λ et t ..

c) Montrer alors que le solide (S) ne s'arrête qu'au bout d'un temps infiniment long.

2° a) Etablir en fonction de v_0, λ et t l'expression de l'équation horaire du mouvement x=x(t) du solide (S).

b) Déterminer la distance parcourue par (S) , lorsqu'il parcourt l'axe x'Ox pendant un temps infiniment long.

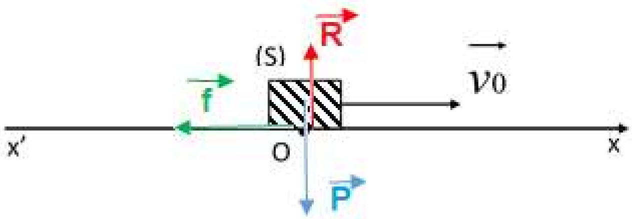
CORRIGÉ

m = 20g v_0= 2.m.s^{-1} $\vec{f} = -k\vec{v}$ k une constante $\lambda = \frac{k}{m}$

1) a) <u>équation différentielle à laquelle doit obéir la vitesse v de (S)</u>

$\mathbf{T.C.I:} \sum \vec{\mathbf{F}} = \mathbf{m}\vec{\mathbf{a}}$

Forces appliqués : poids $\vec{P}$ de (S) , Réaction $\vec{R}$ d u plan et la force de frottement $\vec{f}$



$\vec{P}$ +$\vec{R}$ + $\vec{f}$ $= m\vec{a}$ projection suivant x'x

$-f = ma$ $\quad kv + m\dot{v} = 0$ $\quad \dot{v} + \frac{k}{m}\, v = 0$ $\quad \boldsymbol{\dot{v} + \lambda\, v = 0}$

b) <u>En déduire l'expression de cette vitesse v en fonction de v_0 , λ et t</u>

$\boldsymbol{\dot{v} + \lambda\, v = 0}$ $\quad \frac{dv}{dt} = -\lambda v$ $\quad \int \frac{dv}{v} = \int -\lambda dt$ $\quad lnv = -\lambda t + c$ $\quad \boldsymbol{v = e^{-\lambda t + c}}$ **c=constante**

A t=0 v=v_0 $\quad v_0 = \boldsymbol{e^{0+c}}$ $\quad \boldsymbol{c = ln(v_0)}$ $\quad \boldsymbol{v = e^{-\lambda t + ln(v_0)}}$ $\quad \mathbf{v = v_0 . e^{-\lambda t}}$

c) <u>Montrons alors que le solide (S) ne s'arrête qu'au bout d'un temps infiniment long.</u>

temps infiniment long : $t \to +\infty$

$\lim_{t\to+\infty} v(t) = \lim_{t\to+\infty} \mathbf{v_0.e^{-\lambda t}} = 0$ v=0 (S) s'arrête

2° a) <u>l'équation horaire du mouvement x=x(t) du solide (S).</u>

$v = \frac{dx}{dt}$ $dx = vdt$ $\int dx = \int vdt$ $x = \int \mathbf{v_0.e^{-\lambda t}} \boldsymbol{dt}$ $x = -\frac{v_0}{\lambda}\,\mathbf{e^{-\lambda t}} + \boldsymbol{c}$

A t=0 x=0 $0 = -\frac{v_0}{\lambda}\,\mathbf{e^{-\lambda 0}} + \boldsymbol{c}$ $c = \frac{v_0}{\lambda}$

$x = -\frac{v_{0.}}{\lambda}\,\mathbf{e^{-\lambda t}} + \frac{v_{0.}}{\lambda}$ $\boldsymbol{x = \frac{v_{0.}}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t})}$

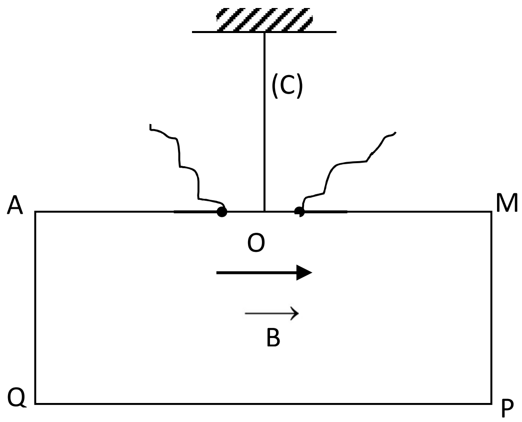
b) <u>la distance parcourue par (S) un temps infiniment long.</u>

temps infiniment long : $t \to +\infty$

$\lim_{t\to+\infty} \boldsymbol{\frac{v_{0.}}{\lambda}(1 - e^{-\lambda t}) = \frac{v_{0.}}{\lambda} = \frac{v_0.m}{k}}$

EXERCICE 5

Un cadre rectangulaire AMPQ est situé dans un plan vertical. Il est formé d'un fil conducteur dont les extrémités sont reliées par des fils très souples à un générateur .Le cadre est suspendu en O, milieu de AM à un fil de torsion dont la constante de torsion est C . Le cadre est placé dans une région où règne un champ magnétique $\vec{B}$uniforme et horizontal . En l'absence de courant dans le cadre, le cadre et $\vec{B}$ sont dans le même plan vertical .

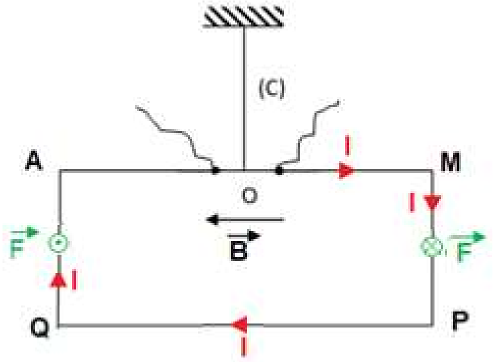


1) Montrer que si le cadre est parcouru par un courant, il s'écarte de sa position d'équilibre initiale. Préciser le sens de son mouvement de rotation quand le courant circule de M vers P .

2) Le cadre prend une nouvelle position d'équilibre. Calculer l'intensité du courant sachant que le cadre s'écarte de sa position d'équilibre initiale d'un angle θ

Données numériques : a=AQ=MP=$2,5.10^{-2}$m. b=AM=PQ=5.10^{-2} m B=2.10^{-3}T

1) le cadre est parcouru par un courant qui circule M vers P, il apparaît sur MP et AQ deux forces de Laplace de même direction et de sens contraire, formant ainsi un couple de force qui met le cadre en rotation par rapport à O



2) <u>l'intensité du courant I</u>

Données numériques : a=AQ=MP=2,5.10^{-2}m. b=AM=PQ=5.10^{-2} m B=2.10^{-3}T

C=6.10^{-6}N.m.rad^{-1} θ=30°=$\frac{\pi}{6}$

Inventaire des forces appliquées : poids $\vec{P}$, le couple de forces formé par les forces de Laplace $\left(\vec{F},\vec{F'}\right)$, le couple de torsion de moment $\mu = -c\theta$

$\sum \mu(\vec{F}) = 0$ à l'équilibre $\mu(\vec{P}) + \mu\left(\vec{F},\vec{F'}\right) - c\theta = o$ $F = I\ell B = IaB$

$0 + I\ell B.b - c\theta = o$ $\boldsymbol{I = \frac{c\theta}{aBb}}$ $\boldsymbol{I} = \frac{6.10^{-6}.(^{\pi}/_{6})}{.2{,}5.10^{-2}.2.10^{-2}5.10^{-2}} = \mathbf{0{,}12A}$

<u>EXERCICE 6</u>

Un condensateur de capacité C = 2,5 µF est chargé sous une tension constante U = 20V.

1- Calculer sa charge finale Q et l'énergie E emmagasinée dans le condensateur.

2-Les armatures de ce condensateur préalablement chargé sont reliées à une bobine pure d'inductance L = 25 mH et de résistance négligeable. A un instant t = 0s, on ferme l'interrupteur I. Le condensateur se décharge dans la bobine. Des oscillations électriques libres se produisent dans le circuit (L, C).

a) Etablir l'équation différentielle reliant q,$\ddot{q}$, L, C du circuit oscillant.

b) Ecrire les expressions q(t), i(t) .A t = 0s, la charge du condensateur est positive et l'intensité du courant dans est nulle.

c) Donner les expressions des énergies stockées E_C(t) et E_b(t) dans le condensateur et la bobine. Quelle relation y-a-t-il entre E_C(t), E_b(t) et E.

A un instant t_0 dont on ne calculera pas, la tension aux bornes du condensateur est 10V. Calculer à cet instant la valeur de l'intensité du courant.

C = 2,5 µF   U = 20V.

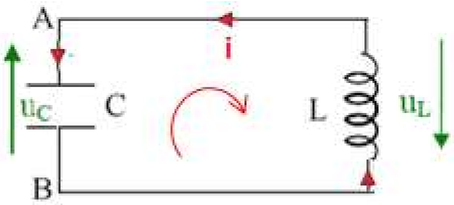
1- charge finale Q

$Q = C.U \qquad Q = 2{,}5.10^{-6}.20 = 5.10^{-5}c$

Energie E emmagasinée dans le condensateur

$E = \frac{1}{2}.CU^2 \qquad E = \frac{1}{2}.2{,}5.10^{-6}20^2 = 5.10^{-4}J$

2-a)Equation différentielle reliant q,q̈, L, C du circuit oscillant.



L = 25 mH et de résistance négligeable

$u_L + u_c = 0 \qquad \frac{q}{c} + L\frac{di}{dt} = 0$ avec $i = \frac{dq}{dt} = \dot{q}$ donc

$\frac{di}{dt} = \ddot{q} \qquad u_c = \frac{q}{C} \qquad u_L = L.\frac{di}{dt}$

$\frac{q}{c} + L\ddot{q} = 0$ donc $\ddot{q} + \frac{q}{LC} = 0$

$\ddot{q} + \frac{q}{25.10^{-3}.2{,}510^{-6}.} = 0 \qquad \ddot{q} + 1{,}6.10^7 q = 0$

b) expressions q(t), i(t)   A t = 0s, $q > 0$ e et i=0

- q(t) est solution de l'équation différentielle $\ddot{q} + \frac{q}{LC} = 0$ de la forme q(t) = $Q\sin(\varpi \ t + \varphi)$

$q(t) = Q$ (charge maximale) à t=0s Q = $Q\sin(0 + \varphi)$ donc $\sin\varphi = 1$ d'où $\varphi = \frac{\pi}{2}$

$\varpi^2 = \frac{1}{LC} = 1{,}6.10^7 \qquad \omega = 4.10^3 rad/s$

$q(t) = 5.10^{-5}\sin(4.10^3 t + \frac{\pi}{2})$

- $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}\left[5.10^{-5}\sin\left(4.10^3 t + \frac{\pi}{2}\right)\right] = 5.10^{-5}.4.10^3\cos\left(4.10^3 t + \frac{\pi}{2}\right) = 0{,}2\cos\left(4.10^3 t + \frac{\pi}{2}\right)$

i(t)= $0{,}2\cos\left(4.10^3 t + \frac{\pi}{2}\right)$

c) expressions des énergies stockées E_C(t) et E_b(t) dans le condensateur et la bobine.

$E_c(t) = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2c}[Q\sin(\omega t + \varphi)]^2$

$E_L(t) = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}L[\omega Q\cos(\omega t + \varphi)]^2$

E = $\frac{1}{2}Li^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}L[\omega Q\cos(\varpi_0 t + \varphi)]^2 + \frac{1}{2c}[Q\sin(\omega t + \varphi)]^2$

$E = \frac{1}{2}L\varpi^2 Q^2[\cos(\varpi_0 t + \varphi)]^2 + \frac{Q^2}{2c}[\sin(\varpi_0 t + \varphi)]^2$ avec $L\omega^2 = \frac{1}{C}$

$E = \frac{Q^2}{2C} = \frac{(5.10^{-5})^2}{2.2{,}5.10^{-6}} = 5.10^{-4}J$ **E reste constante**

Calculer à l'instant t' la valeur de l'intensité du courant.

U_C=10V. E $= \frac{1}{2}\,Li^2 + \frac{1}{2}cu^2 = \mathbf{5.10^{-4}J}$

$\frac{1}{2}\,25.10^{-3}i^2 + \frac{1}{2}2{,}5.10^{-6}10^2 = \mathbf{5.10^{-4}J}$

$12{,}5.10^{-3}i^2 + 1{,}25.10.^{-4} = \mathbf{5.10^{-4}}$ $\quad \boldsymbol{i} = \sqrt{\frac{\mathbf{5.10^{-4}} - 1{,}25.10.^{-4}}{12{,}5.10^{-3}}} = \mathbf{0{,}17A}$

EXERCICE 7

On réalise la réaction d'estérification entre l'acide acétique et le 3-méthylbutan-1-ol.

Pour cela, on mélange : 11,9 cm^3 d'acide acétique, 21,7 cm^3 de 3-méthylbutan-1-ol.

1° Ecrire l'équation de la réaction. Donner le nom du produit obtenu .

2° a) Le mélange initial est-il équimolaire ?

b) Après un temps suffisant de réaction, la masse d'ester formé est m(E)=13,7g .

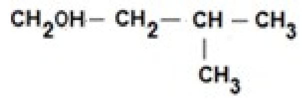
Calculer le rendement de la réaction.

On donne les masses volumiques :

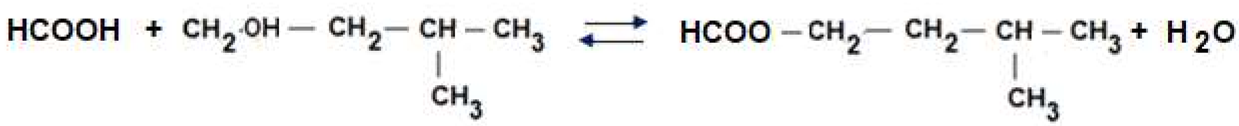
ρ_{Acide}= 1,03g/cm^3 $\quad \rho_{\text{Alcool}}$ =0,81g/cm^3

CORRIGÉ

Réactifs :

d'acide acétique HCOOH CH_2O_2 M=46 g/mol V=11,9 cm^3 ρ_{Acide}= 1,03g/cm^3	3-méthylbutan-1-ol.  *$C_5H_{12}O$ M=88 g/mol* V=21,7 cm^3 ρ_{Alcool} =0,81g/cm^3

1) <u>l'équation de la réaction.</u>



Donner le nom du produit obtenu méthanoate de 3-méthylbutyle

2) a) <u>Le mélange initial est-il équimolaire ?</u>

Nombre de mol d'acide $n = \frac{\rho V}{M} = \frac{1{,}03.11{,}9}{46} = 0{,}266\,mol$

Nombre de mol d'alcool $n = \frac{\rho V}{M} = \frac{0{,}81.21{,}7}{88} = 0{,}199\,mol$ le mélange n'est pas équimolaire

b) <u>rendement de la réaction</u>.

la masse d'ester formé est m(E)=13,7g . $C_6H_{12}O_2$ M= 116g/mol

nombre de mol d'ester : $n = \frac{m}{M} = \frac{13{,}7}{116} = 0{,}118\,mol$

le mélange n'est pas équimolaire, l'alcool est le réactif limitant

pour une réaction totale n_E=0,199mol

$$\text{r} = \frac{0{,}118}{0{,}199}.100 = 99{,}15\%$$

EXERCICE 8

On verse progressivement dans un volume

V_B = 36 cm^3 de solution de mono éthylamine $C_2H_5NH_2$ de concentration molaire C_B une solution d'acide chlorhydrique H Cl de concentration molaire C_A= 10^{-1} mo l. l^{-1}. On relève dans le tableau suivant la valeur du pH du mélange pour chaque volume d'acide

V_A (cm^3)	0	5	9	15	16	17	18	19	20	21	25	30
pH	11,6	11,2	10,6	10,1	9,9	9,5	2,7	2,4	2,2	1,9	1,7	1,7

1-Le monoéthylamine est une base faible. Ecrire sa réaction avec l'eau.

2- a-Tracer la courbe pH= f(V_A) à

Echelle : 1 cm pour une unité de pH et

1 cm pour 2 cm^3 de volume versé.

b- Ecrire l'équation chimique de la réaction responsable de cette variation du pH.

c- Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'équivalence et le pK_A du couple $C_2H_5NH_3^+$/ $C_2H_5NH_2$.

d- Calculer la concentration molaire de la solution.

e-calculer les concentrations des espèces chimiques présentes si V_A = 0 sachant qu'on opère à 25°

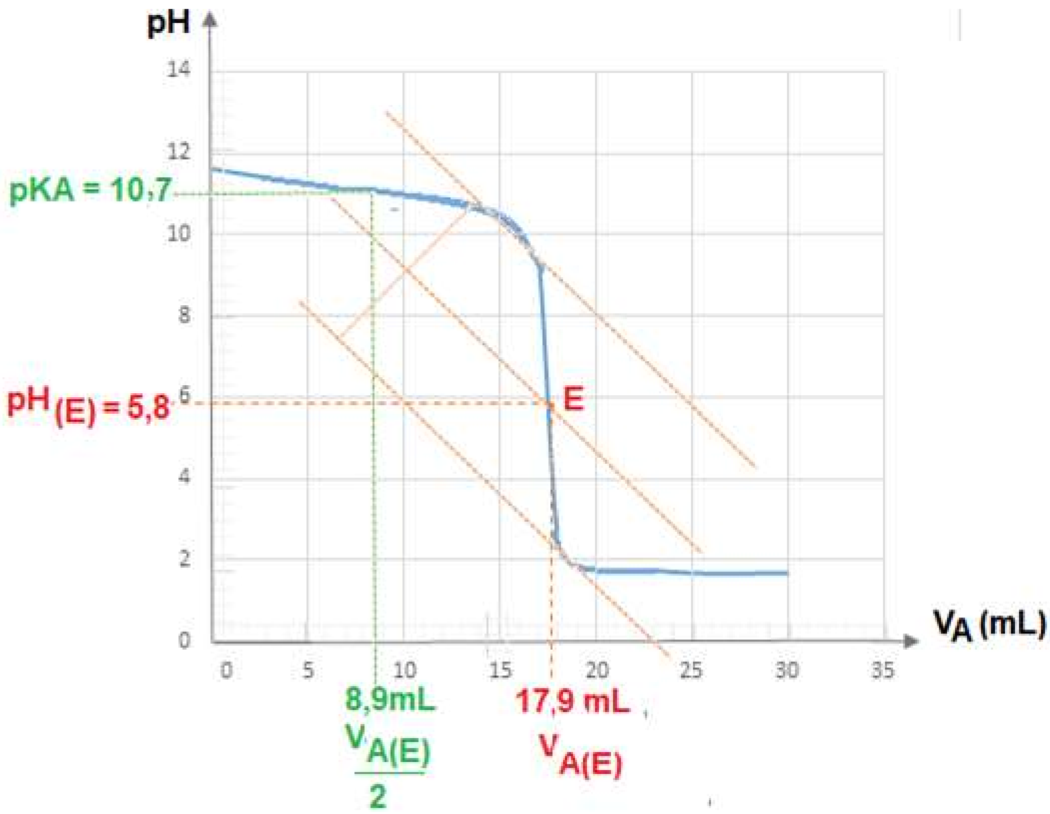
CORRIGÉ

Base : $C_2H_5NH_2$ V_B = 36 cm^3 C_B

Acide : HCl C_A= 10^{-1} mo l. l^{-1}

1) $C_2H_5NH_2 + H_2O \rightleftharpoons C_2H_5NH_3{}^+ + OH^-$ $2H_2O \rightleftharpoons OH^- + H_3O^+$

2) a) Courbe de dosage pH=f(V_A)



b) <u>équation de la réaction</u>

$$C_2H_5NH_2 + HCl \longrightarrow C_2H_5NH_3Cl + H_2O$$

Bilan : $C_2H_5NH_2 + H_3O^+ \longrightarrow C_2H_5NH_3^+ + H_2O$

c) coordonnée du point d'équivalence E ($V_{A(E)}$= 17,9 mL ; pH_E= 5,8)

Point de demi – équivalence pK_A = 10,7

d) <u>concentration molaire de la solution d'éthylamine</u>

$$C_B = \frac{C_A . V_{A(E)}}{V_B} = \frac{0,1 \,.\, 17,9}{36} = 0,049\ mol/L$$

e) V_A =0 , solution de $C_2H_5NH_2$ de concentration $C_B = 0,049\ mol/L$, pH=11,6

$$C_2H_5NH_2 + H_2O \rightleftharpoons C_2H_5NH_3^+ + OH^- \qquad 2H_2O \rightleftharpoons OH^- + H_3O^+$$

Espèces chimiques présentes dans la solution : H_2O; OH^-; H_3O^+; $C_2H_5NH_3^+$; $C_2H_5NH_2$

- $[H_3O^+]$ = $10^{-11,6}$ = $2,511 . 10^{-12}$ mol/L
- $[OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]} = 10^{-14+1,6} = 3,98 . 10^{-3} mol/L$ $\qquad [OH^-] \gg [H_3O^+]$
- Electro neutralité $[\cancel{H_3O^+}] + [C_2H_5NH_3^+] = [OH^-]$

  $[C_2H_5NH_3^+] = [OH^-] = 3,98 . 10^{-3} mol/L$
- Conservation de la matière $[C_2H_5NH_2] = C_B - [C_2H_5NH_3^+]$

$$[C_2H_5NH_2] = 0,049 - 3,98 . 10^{-3} = 0,045\ mol/L$$

EXERCICE 9

1) On dispose d'une lentille convergente L qui donne d'un objet réel AB une image A' B' renversée et de même taille que l'objet. La distance qui sépare l'objet et l'image est d = 20 cm.

   Montrer que la distance focale f' de la lentille est donnée par : $f' = \frac{d}{4}$

   Calculer f'.

2) Un objet AB de hauteur 1 cm est placé à 3 cm devant le centre optique de la lentille L.
   a) Déterminer la position, la nature, le sens et la taille de l'image obtenue.
   b) Construire géométriquement l'image.
   Echelle : 1 cm pour 2,5 cm sur l'axe optique et en vraie grandeur pour l'objet AB.

CORRIGÉ

---

1)Montrons que $f' = \frac{d}{4}$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -1 \Rightarrow \overline{OA'} = -\overline{OA}$$

$$\overline{AA'} = d = 20\,cm = \overline{AO} + \overline{OA'} = 2\overline{OA'}$$

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

$$\frac{2}{\overline{OA'}} = \frac{1}{f'} \Rightarrow f' = \frac{\overline{OA'}}{2} = \frac{d}{4}$$

2) a) Caractéristiques de l'image

$$\text{Position } \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \overline{OA'} = \frac{\overline{OA} \times f'}{\overline{OA} + f'}$$

$$AN : OA' = \frac{-3 \times 5\,cm}{-3+5} = -\,7{,}5\,cm$$

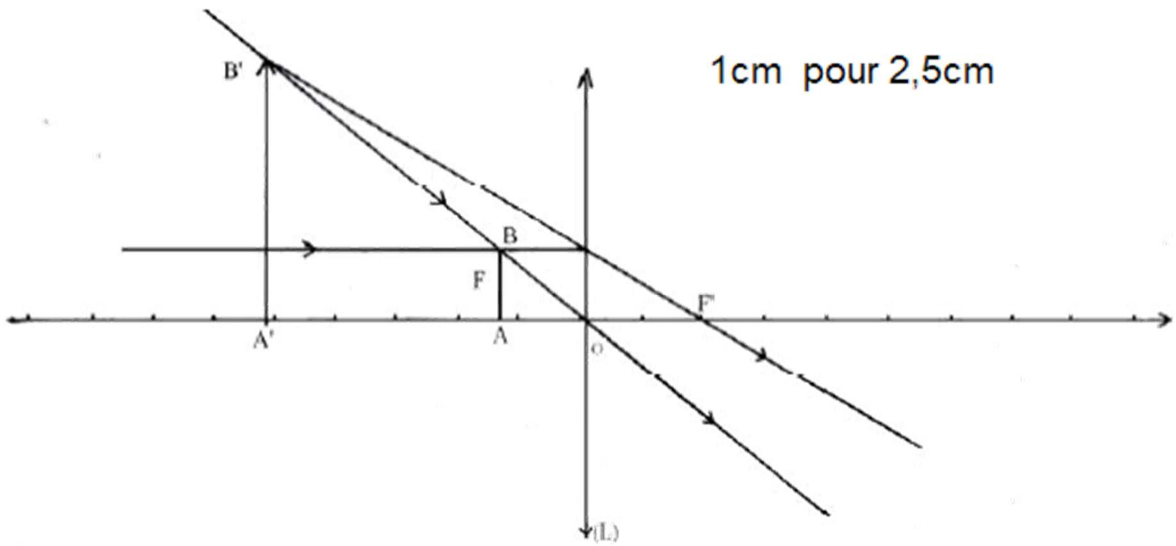
Nature : $\overline{OA'} < 0$: image virtuelle

$$\text{grandeur } \gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{-7{,}5}{-3} = 2{,}5 > 0$$

$$\Rightarrow \overline{A'B'} = 2{,}5\,\overline{AB}$$

$$A'B' = 2{,}5 \times 1cm = 2{,}5\,cm$$

$\alpha > 0$ c'est une image **droite**



EXERCICE 10

Dans le cœur d'une centrale nucléaire, l'Uranium est introduit sous formes de pastilles d'Uranium La réaction de Fission d'Uranium ${}^{235}_{92}U$ est donnée par l'équation suivantes :

$${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{94}_{37}Rb + {}^{137}_{55}Cs + x{}^{1}_{0}n$$

1) Chercher le nombre entier x dans cette réaction nucléaire. Justifier
2) Calculer, en Joule puis en MeV, l'énergie libéré lors de cette réaction de fission nucléaire

   Dans cette centrale nucléaire, l'unité d'énergie par la fission est le Tonne Equivalent Pétrole ou TEP. On donne 1TEP= 42GJ.

Calculer, en TEP, l'énergie libéré lors de la fission d'une mole d'Uranium ${}^{235}_{92}U$

3) Le Thorium 232 (période égale à 14 milliards d'années) est l'élément père d'une famille radioactive dont le dernier terme est le Plomb 208. Les éléments intermédiaires sont tous négligeables. Dans les roches les plus anciennes de la terre, ou le thorium et le plomb sont associes, on trouve un rapport moyen de 7g de thorium pour 1g de Plomb.

a) Exprimer le rapport des nombres de thorium et de plomb$\frac{N(Pb)}{N(Th)}$ en fonction du temps t

b) Calculer l'Age de ces roches.

Données :

Masse de neutron : mn= 1,00866 ; masse de Césium : m(Cs) = 136,9071u ;

Masse de Rubidium : m(Rb)= 93,9264u ; masse d'Uranium : m(U)= 235,0439u ;

1u= 931,5 MeV/C^2 ; 1u= 1,6605 . 10^{-27} kg

C= 3 .10^8 m/s ; N_A= 6,02 . 10^{23} mol^{-1} (nombre d'Avogadro) ; 1MeV= 1,6 . 10^{-13} J ; 1GJ= 10^9J

$$^{235}_{92}\boldsymbol{U} + \,^{1}_{0}\boldsymbol{n} \rightarrow \,^{94}_{37}\boldsymbol{Rb} + \,^{137}_{55}\boldsymbol{Cs} + \boldsymbol{x}\,^{1}_{0}\boldsymbol{n}$$

1) Valeur de x=5
2) Energie libérée lors de cette réaction de fission nucléaire

$\Delta m = (m_U + m_n) - (m_{Cs} + m_{Rb} + 5m_n)$

$\Delta m = (235{,}0439\mathrm{u}$ +1,00866) – (136,9071u +93,9264u + 5 . 1,00866) = 0,17586u

$E = \Delta m . c^2$ et 1u= 931,5 MeV/c^2

E = 0,17586u . c^2=0,17586. 931,5 MeV/c^2 . c^2 =163,72 MeV

3) l'énergie libéré lors de la fission d'une mole d'Uranium $^{235}_{92}U$ en TEP

Avec 1TEP= 42GJ et 1GJ= 10^9J 1MeV= 1,6 . 10^{-13} J

E =163,72 MeV = 163,72. 1,6 . 10^{-13}= 2,619 .10^{-11} J par noyau

Energie libérée par mol : E= 2,619 .10^{-11} J. 6,02 . 10^{23} =1,576. 10^{13} J = 1576 GJ = 37,5 TEP

4) a) expression de $\frac{N(Pb)}{N(Th)}$ en fonction de t

T = 14 milliards d'années, m(Th) =7g m(Pb) =1g

$$\frac{N(Pb)}{N(Th)} = \frac{N_0 - N_0 e^{-\lambda t}}{N_0 e^{-\lambda}} = e^{\lambda t} - 1$$

b) Calculer l'Age de ces roches

$N_{Pb} = \frac{1}{208} N_A$ $N_{Th} = \frac{7}{232} N_A$ $\frac{N(Pb)}{N(Th)} = \frac{1.N_A}{208} . \frac{232}{7\, N_A} = 0{,}159$

$e^{\lambda t} - 1 = 0{,}159$ $e^{\lambda t} = 1{,}159$ $\frac{ln2}{T} t = \ln 1{,}159$ $t = \frac{ln1{,}159}{ln2}\ T = 2{,}98\ milliard\ d'années$